

Документ подписан простой электронной подписью  
 Информация о владельце:  
 ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
 Должность: ректор  
 Дата подписания: 24.06.2026 06:57:39  
 Уникальный программный ключ:  
 e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bdfcf836

## Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Название дисциплины «Математическое моделирование»

Код, направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль)	Безопасность информационных систем и технологий
Форма обучения	Очная
Кафедра-разработчик	Информатика и вычислительная техника
Выпускающая кафедра	Информатика и вычислительная техника

### Типовые задания для контрольной работы (3 семестр):

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1.1. Дайте определения понятиям: математическая модель, адекватность модели, верификация модели. Объясните критерии оценки адекватности ММ.

Задание 1.2. Классифицируйте математические модели по следующим признакам (заполните таблицу):

Признак классификации	Виды моделей	Пример применения в ИС
По степени детерминированности		
По отношению ко времени		
По характеру отображения		
По степени агрегирования		

Задание 1.3. Объясните разницу между системой массового обслуживания типа М/М/1 и М/М/n. Какие характеристики рассчитываются для СМО? Приведите пример применения СМО в ИС.

Задание 1.4. Что такое марковские цепи? Что такое матрица переходных вероятностей? Для каких задач ИС применяются марковские модели? Приведите пример.

#### 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание: Вы - аналитик в IT-компании. Руководитель поставил задачу: «Выбрать математическую модель для прогнозирования нагрузки на сервер в часы пик».

Имеющиеся данные:

- ~ 6 месяцев статистики запросов (почасовые данные)
- ~ Данные о типах пользователей (3 категории)
- ~ История инцидентов

2.1. Обоснуйте выбор математической модели для данной задачи. Рассмотрите не менее 3 альтернативных вариантов (регрессия, марковские цепи, СМО, другие). Выберите оптимальный и аргументируйте выбор.

2.2. Опишите этапы построения выбранной модели применительно к данной задаче. Укажите:

- ~ Данные, необходимые для построения модели
- ~ Метод оценки параметров
- ~ Способ проверки адекватности

2.3. Оцените ограничения выбранной модели. При каких условиях модель перестаёт быть адекватной? Что делать в таком случае?

#### 3. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ:

Задание 3.1. Регрессионный анализ

По результатам мониторинга производительности сервера собраны данные:

Нагрузка CPU (%) X	Время отклика (мс) Y
10	120
20	145
30	180
40	220
50	270
60	330
70	410
80	520

Требуется:

- Рассчитайте коэффициенты линейной регрессии (a, b) методом наименьших квадратов
- Запишите уравнение регрессии (2 балла)
- Рассчитайте коэффициент корреляции Пирсона, интерпретируйте результат
- Используя уравнение регрессии, спрогнозируйте время отклика при нагрузке CPU 75% и 90%

Задание 3.2. Системы массового обслуживания

Система обработки API-запросов к микросервису характеризуется:

Интенсивность входного потока запросов:  $\lambda = 30$  запросов/мин

Среднее время обработки одного запроса:  $\tau = 1,5$  сек

Требуется для системы M/M/1:

- Рассчитайте интенсивность обслуживания  $\mu$
- Рассчитайте коэффициент загрузки  $\rho$
- Рассчитайте среднее число запросов в очереди  $L_q$
- Рассчитайте среднее время ожидания в очереди  $W_q$
- Сделайте вывод о производительности системы. Необходимо ли увеличить мощность сервера?

Задание 3.3. Теория вероятностей

Система мониторинга IT-инфраструктуры анализирует инциденты. Известно:

$P(\text{инцидент на уровне сети}) = 0,3$

$P(\text{инцидент на уровне приложения}) = 0,4$

$P(\text{инцидент на уровне БД}) = 0,2$

$P(\text{нет инцидента}) = 0,1$

$P(\text{критический} \mid \text{инцидент на уровне сети}) = 0,6$

$P(\text{критический} \mid \text{инцидент на уровне приложения}) = 0,4$

$P(\text{критический} \mid \text{инцидент на уровне БД}) = 0,8$

Требуется:

- Рассчитайте вероятность критического инцидента  $P(\text{критический})$  по формуле полной вероятности
- Если инцидент оказался критическим, найдите вероятность того, что он произошёл на уровне БД (формула Байеса)
- Интерпретируйте результат: какой уровень инфраструктуры требует приоритетного внимания?

### Типовые вопросы к экзамену (3 семестр):

- Что такое математическое моделирование? Каковы его цели?
- Дайте определение математической модели. Каковы требования к ней?
- Классифицируйте ММ по различным признакам с примерами.
- Каковы этапы построения ММ? Опишите каждый.
- Что такое адекватность ММ? Как её оценить?
- Чем верификация модели отличается от валидации?
- Какие виды ошибок возникают при построении ММ?
- Какую роль играют ММ при проектировании ИС?
- Что такое случайная величина? Какие числовые характеристики её описывают?
- В чём разница между дискретными и непрерывными СВ?

11. Охарактеризуйте нормальное распределение. В каких задачах ИС оно применяется?
12. Охарактеризуйте распределение Пуассона. Для каких задач ИС оно подходит?
13. Что такое показательное распределение? Где оно применяется в ИС?
14. Что такое описательная статистика? Перечислите основные показатели.
15. Как проверить статистическую гипотезу? Что такое p-value?
16. Что такое доверительный интервал? Как его интерпретировать?
17. Что такое регрессионный анализ? Для каких задач ИС применяется?
18. Объясните метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии.
19. Что такое коэффициент детерминации  $R^2$ ? Как его интерпретировать?
20. Чем простая линейная регрессия отличается от множественной?
21. Что такое корреляционный анализ? Как интерпретировать коэффициент Пирсона?
22. Что такое мультиколлинеарность? Как её обнаружить и устранить?
23. Как оценить качество регрессионной модели? Какие метрики используются?
24. Как применять регрессионный анализ для прогнозирования нагрузки на сервер?
25. Что такое марковская цепь? Что такое матрица переходных вероятностей?
26. Что такое стационарное распределение марковской цепи? Как его найти?
27. Для каких задач ИС применяются марковские цепи? Приведите пример.
28. Что такое система массового обслуживания (СМО)? Какова её классификация?
29. Что означает обозначение М/М/1 в нотации Кендалла?
30. Перечислите основные характеристики СМО ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $L_q$ ,  $W_q$ ). Формулы расчёта.
31. Как применяются СМО для анализа ИТ-систем? Приведите конкретный пример.
32. Что такое многомерный анализ данных? Назовите основные методы.
33. Что такое метод главных компонент (РСА)? Для чего применяется в ИС?
34. Что такое кластерный анализ? Опишите метод k-means. Для чего он применяется?

### ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

- 1: Рассчитайте коэффициенты линейной регрессии для данного набора данных.
- 2: Для СМО М/М/1 с  $\lambda = 20$  заявок/мин и  $\mu = 30$  заявок/мин рассчитайте все характеристики.
- 3: Постройте матрицу переходных вероятностей для системы с 3 состояниями. Найдите стационарное распределение.
- 4: Рассчитайте вероятность события по формуле полной вероятности.
- 5: Выберите и обоснуйте тип ММ для задачи прогнозирования отказов серверного оборудования.

### Типовые задания для контрольной работы (4 семестр):

Задание 1. Построение математической модели

ИТ-компания рассматривает три стратегии развития продукта:  $A_1$  (расширение функционала),  $A_2$  (оптимизация производительности),  $A_3$  (выход на новый рынок). Исходы зависят от состояния рынка:  $S_1$  (рост),  $S_2$  (стабильность),  $S_3$  (снижение).

Постройте платёжную матрицу (прибыль в млн руб.) на основе следующих данных:

$A_1$ : при  $S_1$  - 15, при  $S_2$  - 6, при  $S_3$  - (-3)

$A_2$ : при  $S_1$  - 10, при  $S_2$  - 9, при  $S_3$  - 2

$A_3$ : при  $S_1$  - 18, при  $S_2$  - 4, при  $S_3$  - (-5)

Выполните:

Формально опишите задачу: множество альтернатив, состояний, целевую функцию

Определите тип шкалы измерения показателей и обоснуйте

Задание 2. Применение критериев

Используя построенную платёжную матрицу, найдите оптимальную стратегию по следующим критериям:

Критерий	Формула	Баллы
Вальда (maximin)	$\max_i (\min_j a_{ij})$	4
Лапласа (равновероятные состояния)	$\max_i (\sum_j a_{ij} / n)$	4
Гурвица при $\alpha = 0,6$	$\max_i [\alpha \times \max_j (a_{ij}) +$	4

	$(1-\alpha) \times \min_j (a_{ij})$	
Сэвиджа (minimax сожаления)	$\min_i (\max_j r_{ij}), r_{ij} = \max_k (a_{kj}) - a_{ij}$	4
Байеса при $P(S_1)=0,4$ ; $P(S_2)=0,35$ ; $P(S_3)=0,25$	$\max_i \sum P(S_j) \times a_{ij}$	4

Для каждого критерия:

Покажите все промежуточные расчёты

Укажите оптимальную стратегию

Обоснуйте, в каком управленческом контексте данный критерий применим

Задание 3. Распределение ресурсов

ИТ-департамент должен распределить бюджет 5 млн руб. между тремя проектами для максимизации суммарного экономического эффекта:

Вложения (млн)	Проект 1 (BI-система)	Проект 2 (CRM)	Проект 3 (ERP-модуль)
0	0	0	0
1	4	3	5
2	7	6	8
3	9	8	10
4	10	10	11
5	11	11	12

Выполните:

Запишите задачу в форме динамического программирования

Постройте решение по шагам, применяя принцип Беллмана

Найдите оптимальное распределение и максимальный суммарный эффект

Проверьте решение: убедитесь, что сумма вложений = 5 млн

На основе найденного оптимального решения:

Объясните, почему метод динамического программирования эффективнее полного перебора

Проведите анализ чувствительности: как изменится решение, если бюджет увеличится до 6 млн

Сформулируйте управленческие рекомендации для ИТ-директора

Задание 4. Метод анализа иерархий

Выберите технологический стек для разработки корпоративной ИС. Альтернативы: Java Spring, Python FastAPI, .NET Core. Критерии:  $C_1$  - производительность,  $C_2$  - скорость разработки,  $C_3$  - экосистема и поддержка.

Матрица парных сравнений критериев (задана):

Матрицы парных сравнений альтернатив по критериям (задаются преподавателем индивидуально или студент формирует самостоятельно с обоснованием).

Выполните:

Вычислите веса критериев (нормализация столбцов или геометрическое среднее)

Рассчитайте  $\lambda_{\max}$ , индекс согласованности (ИС) и отношение согласованности (ОС)

Вычислите итоговые веса альтернатив

Определите лучший технологический стек

Проведите анализ: как изменится выбор, если вес  $C_1$  увеличится вдвое

Задание 5. Метод TOPSIS (20 баллов)

Для тех же трёх альтернатив используйте метод TOPSIS с нормализованной взвешенной матрицей:

Альтернатива	$C_1$ произв. (max, $w=0,45$ )	$C_2$ скорость (max, $w=0,30$ )	$C_3$ экосистема (max, $w=0,25$ )
Java Spring	0,36	0,18	0,20
Python FastAPI	0,20	0,27	0,15
.NET Core	0,28	0,21	0,18

Выполните:

- Определите идеальную ( $A^+$ ) и анти-идеальную ( $A^-$ ) точки
- Рассчитайте расстояния  $d^+$  и  $d^-$  для каждой альтернативы
- Вычислите коэффициент предпочтительности  $C^*$
- Проранжируйте альтернативы
- Сравните с результатом МАИ: совпадают ли рекомендации?

### Типовые вопросы к экзамену (4 семестр):

1. Основные понятия теории принятия решений: ЛПР, альтернативы, критерии, состояния природы, целевая функция. Классификация задач ТПР по степени определённости.
2. Математическая теория измерений: шкалы измерений (номинальная, порядковая, интервальная, отношений), допустимые преобразования, применение при формализации задач ИС.
3. Математическая модель предметной ситуации: структура, принципы построения, уровни формализации. Соотношение модели и реальности.
4. Математические средства принятия решений: классификация методов (аналитические, численные, эвристические, имитационные). Критерии выбора метода.
5. Моделирование систем и процессов: принципы системного подхода, декомпозиция задачи, уровни детализации модели для задач ИС.
6. Задачи линейного программирования: стандартная форма, геометрическая интерпретация, симплекс-метод. Двойственная задача и её экономический смысл.
7. Нелинейное программирование: условия Куна-Таккера, метод Лагранжа, задачи с выпуклой целевой функцией. Применение в задачах оптимизации ИС.
8. Платёжная матрица и критерии принятия решений в условиях неопределённости: Вальд, Лапласа, Гурвица, Сэвиджа - сравнение, условия применения, ограничения.
9. Критерий Байеса и принятие решений в условиях риска. Субъективные и объективные вероятности. Ожидаемая полезность.
10. Анализ чувствительности в задачах линейного программирования: диапазоны устойчивости оптимального решения, двойственные переменные (теневые цены).
11. Принцип оптимальности Беллмана: формулировка, уравнение Беллмана, условия применимости. Разница между жадными алгоритмами и динамическим программированием.
12. Решение задачи распределения ресурсов методом динамического программирования: построение рекуррентного уравнения, таблица оптимальных функций, восстановление решения.
13. Применение динамического программирования к задачам управления ИС: оптимальное планирование ИТ-бюджета, задача о рюкзаке, оптимизация маршрутизации.
14. Сравнение динамического программирования с методами полного перебора и жадными алгоритмами: вычислительная сложность, условия применения каждого подхода.
15. Парето-оптимальность: определение, условия доминирования, построение множества Парето. Выбор компромиссного решения из множества Парето.
16. Метод анализа иерархий (МАИ/АНР): структура иерархии, матрицы парных сравнений, вычисление весов, индекс и отношение согласованности. Ограничения метода.
17. Метод TOPSIS: алгоритм (нормализация, взвешивание, идеальные точки, расстояния, коэффициент  $C^*$ ). Сравнение с методом взвешенной суммы.
18. Методы свёртки критериев: взвешенная сумма, мультипликативная свёртка, лексикографический метод. Нормализация критериев (линейная, векторная, по идеальной точке).
19. Анализ чувствительности в многокритериальных задачах: устойчивость ранжирования при изменении весов, пороговый анализ, методы оценки робастности решения.
20. Сравнительный анализ методов многокритериального выбора для задач проектирования ИС: МАИ, TOPSIS, ELECTRE, VIKOR - область применения, преимущества и ограничения каждого.
21. Применение многокритериального анализа в ИТ-проектировании: выбор программной платформы, архитектуры системы, технологического стека - постановка задачи, формализация, интерпретация результатов.
22. Оценка адекватности моделей теории принятия решений: верификация, валидация, анализ чувствительности, сравнение альтернативных моделей.

## 23. Ограничения применения математических методов.