Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

«Вероятность и статистика»

Код, направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль)	Безопасность информационных систем и технологий
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Информатика и вычислительная техника

Типовые задания для контрольной работы:

№ 1. Имеются две урны с шарами. В первой урне 5 шаров, из которых 2-белых шара и 3-черных. Во второй урне 6 шаров, из которых 3-белых шара, а 3- черных. Из первой урны случайным образом вытаскивается один шар и перекладывается во вторую урну (этот шар в дальнейшем мы будем называть «переложенным»). После этого шары во второй урне перемешивают, и из них случайным образом выбирается один шар и выбрасывается (этот шар в дальнейшем мы будем называть «выброшенным»).

1. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если известно, что «переложенный» шар – белый?
2. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если неизвестен цвет «переложенного» шара?
3. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что «выброшенный» шар – черный?
4. Какова вероятность, что «выброшенный» и «переложенный» шары разного цвета, если неизвестны цвета обоих шаров?
5. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что он разного цвета с «выброшенным» шаром?
6. После всего этого из первой урны было вынуто 5 шаров, причем шары вынимались по одному и с возращением. Какова вероятность, что среди этих вынутых шаров оказалось ровно 2 белых, если известно, что «переложенный» шар – белый?

№ 2. Имеется выборка некоторого объема, которая состоит из независимых одинаков распределенных случайных величин, имеющих нормальное распределение с неизвестным средним и неизвестной дисперсией:

0.44;0.51; 0.38; 0.58; 0.52; 0.48; 0.27; 0.47; 0.54; 0.31; 0.36.

№ 1. Написать эмпирическую функцию распределения.

№ 2. Построить гистограмму с шагом 0.1.

№ 3. Оценить MX, DX, $\rho = P\left(X < 0.5\right)$.

№ 4. Найти доверительный интервал для MX с $\alpha = 0.95$, DX с $\alpha = 0.9$, P с $\alpha = 0.99$.

№ 5. Проверить

а) $H_0 = \{MX = 0.5\}$ с $H_1 = \{MX \neq 0.5\}$ $\alpha = 0.01$.

б) $H_0 = \{DX = 0.01\}$ с $H_1 = \{DX \neq 0.01\}$ $\alpha = 0.05$.

в) $H_0 = \{P = 0.05\}$ с $H_1 = \{P \neq 0.05\}$ $\alpha = 0.05$.

Типовые вопросы к экзамену:

Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):

1. Элементы комбинаторики.
2. Случайные события.
3. Классическое определение вероятности.
4. Условные вероятности.
5. Независимость событий.
6. Формула полной вероятности и формула Байеса.
7. Последовательные испытания и Схема Бернулли.
8. Случайные величины и функции распределения.
9. Биномиальная, пуассоновская, равномерно распределённая, экспоненциально распределённая и нормально распределённая случайные величины.
10. Теорема Муавра-Лапласа.
11. Числовые характеристики случайных величин.
12. Неравенство Чебышева.
13. Закон больших чисел.
14. Центральная предельная теорема.
15. Случайная выборка.
16. Эмпирическая функция распределения.
17. Оценка параметров распределения.
18. Выборочные моменты.
19. Линейная корреляция.
20. Проверка статистических гипотез.

Практические Задания

№ 1. Пусть S_n – число успехов в схеме Бернулли с испытаниями и вероятностью успеха $p = \frac{1}{3}$.

а) Пусть $n = 1800$. Найти $P\left(575 < S_n < 635\right)$.

б) Пусть $n = 1800$. При каком x $P\left(S_n \geq 635\right) \approx 0.6$?

в) Пусть $n = 1800$. При каком y $P\left(\left|S_n - 600\right| \leq y\right) \approx 0.75$?

г) При каком n $P\left(\frac{S_n}{n} \geq 0.4\right) \approx 0.01$?

№ 2. Пусть $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$, где ξ_1, ξ_2, … – независимые случайные величины, причем $\xi_i \in U\left[b, 3b\right]$, $n = 400$ и $P\left(S_n \geq Z\right) \approx 0.15$.

а) Если $b = \frac{1}{2}$, то чему равно z?

б) Если $z = 400$, то чему равно b?

№ 3. Были проведены 100 независимых испытаний, по которым найдена относительная частота $\frac{m}{n} = 0.14$. Проверить нулевую гипотезу $H_0 = \left\{ p = p_0 = 0.2 \right\}$ Equation.DSMT4 при конкурирующей гипотезе $H_1 = \{p \neq 0{,}2\}$ $H_1 = \left\{ p \neq 0.2 \right\}$ DSMT4 при уровне значимости 0,05.

№ 4. Сырье, поступающее на завод из карьера, содержит два полезных компонента – минералы *A* и *B*. Результаты анализов пятнадцати образцов сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, приведены в таблице, где ξ_i и ς_i – выборочные значения пары случайных величин ξ и ς, выражающих соответственно процентное содержание минералов *A* и *B* в образцах. Найти коэффициент корреляции этих случайных величин.

ξ_i	67	54	72	64	39	22	58	43	46	34	60	50	45	55	53
ς_i	24	15	23	19	16	11	20	16	17	13	20	15	12	22	23